

文章编号:1007-2780(2022)07-0871-09

基于四稳随机共振的低照度图像增强方法

魏 敏, 胡晓峰, 林 敏*

(中国计量大学 计量测试工程学院, 浙江 杭州 310018)

摘要:为解决低照度环境下拍摄的图像对比度低、噪声强等问题,提出了基于四稳随机共振的图像增强方法。从产生随机共振的噪声与非线性相互作用出发,构建了非线性的四稳系统并分析其Kramers逃逸率,采用方差作为图像随机共振的衡量指标,建立了系统输出图像方差与噪声强度的近似解析表达式,研究了四稳随机共振在图像增强中的应用。理论与数值仿真结果表明,四稳系统输出图像的方差随噪声强度的变化呈现单峰特性,存在图像随机共振现象,且四稳系统产生的共振峰更高,共振效应更强。结合主观评价和客观评价指标,与直方图均衡化、单尺度Retinex、MSRCR和双稳系统进行了比较,结果表明四稳随机共振增强后图像的视觉效果最佳,信息熵为7.7,噪声方差小于0.002,相比于双稳随机共振分别提高了5%和38%。四稳系统更强的随机共振效应能进一步提高图像质量,在低照度图像增强方面更具优势。

关 键 词:图像随机共振;四稳系统;共振效应;低照度图像增强

中图分类号:TP391 **文献标识码:**A **doi:**10.37188/CJLCD.2021-0349

Low illumination image enhancement method based on quad-stable stochastic resonance

WEI Min, HU Xiao-feng, LIN Min*

(College of Metrology and Measurement Engineering, China Jiliang University, Hangzhou 310018, China)

Abstract: To solve the problems of low contrast, strong noise and lack of detail information of the images taken in low illumination environment, a low illumination image enhancement method based on quad-stable stochastic resonance is proposed. The interaction of noise and nonlinearity can produce stochastic resonance. Based on the theory, a nonlinear quad-stable system is constructed and its Kramers escape rate is analyzed. In order to measure stochastic resonance effect of quad-stable system objectively, the variance is used as an index of image stochastic resonance. The approximate analytical expression of the system output image variance with respect to noise intensity is established, and the effect of noise on image contrast enhancement is discussed. The theoretical analysis and numerical simulation indicate that with the change of noise intensity, the quad-stable system output image variance shows a single peak characteristic, which means that the phenomenon of image stochastic resonance appears. Compared with the classical bistable system, the peak of the formant produced by the quad-stable system is larger and the resonance effect is

收稿日期:2021-12-30;修订日期:2022-02-07.

基金项目:国家自然科学基金(No. 11872061);浙江省公益技术研究计划(No. LGG21E050019)

Supported by National Natural Science Foundation of China (No. 11872061); Basic Public Welfare Research Project of Zhejiang Province (No. LGG21E050019)

*通信联系人, E-mail: linm@cjlu.edu.cn

stronger. The proposed method is compared with the histogram equalization algorithm, single-scale Retinex algorithm, multi-scale Retinex with color restoration algorithm and bistable stochastic resonance method by subjective evaluation and objective evaluation indexes. The experimental results show that the visuals of the image enhanced by quad-stable stochastic resonance is the best, which information entropy is 7.7, and the estimated noise variance is less than 0.002. Under the joint action of low illumination image and noise, the stochastic resonance effect produced by the quad-stable system is more intense. This is beneficial to improve the noise utilization rate and further improve the image quality, so that the quad-stable stochastic resonance method has more advantages in low-illumination image enhancement.

Key words: image stochastic resonance; quad-stable system; resonance effect; low illumination image enhancement

1 引言

随机共振是一种在噪声、非线性系统和微弱信号的协同作用下,系统输出得到增强的非线性现象。与传统的认为噪声是有害的观念不同,随机共振现象揭示了在一定的非线性条件下,噪声也可以是有益的。自意大利学者 Benzi 等^[1]提出随机共振这一概念以来,人们对随机共振在视觉图像增强^[2-3]、微弱信号检测^[4-5]和生物信号处理^[6-7]等领域开展了广泛的研究。如何利用噪声和非线性的相互作用产生随机共振、增强共振效应并将其应用于实际日益成为研究的热点。

系统的非线性对随机共振的产生及共振效应的增强是至关重要的。双稳系统是研究随机共振的经典模型。近年来,人们研究了具有 3 个势阱和 2 个势垒的三稳系统^[8-9],表明三稳系统稳态个数的增加,有利于提高噪声利用率,增强随机共振效应。随后,俞莹丹等^[10]研究了在高斯噪声和微弱周期信号激励下四稳系统中的随机共振,发现四稳系统中存在着大、小尺度的共振,且小尺度共振可以助长大尺度共振,从而达到增强随机共振效应的目的。然而这些研究仅局限于具有单一频率信息的周期信号,未涉及携带更丰富信息的图像信号。

由于低照度环境下拍摄的图像整体亮度低、噪声强、细节信息缺失严重,如何有效地提高图像对比度、抑制或去除噪声是低照度图像增强的难点^[11]。常用的如直方图均衡化^[12-13]、Retinex 算法^[14-15]等图像增强方法无法在提高图像对比度的同时抑制噪声,甚至会出现放大噪声的情况。为此,田子建等^[16]提出了基于双域分解的图像增强

方法,利用高斯滤波器将图像分解为基础层和细节层,通过提高基础层图像的对比度、去除细节层图像中的噪声达到同时增强对比度和抑制噪声的目的。然而这种将图像分解为基础层和细节层的方法^[17]本身并未解决对比度提高与噪声抑制间的矛盾关系,并且细节层中除噪声之外,也包含图像的边缘、纹理等关键信息,而将噪声视为有害干扰对其进行抑制或滤除的方法^[18-19]不可避免地会造成有用信息的丢失。随机共振利用并发挥噪声的积极作用来增强微弱信息的特性在图像处理方面更具优势^[20-22]。现有关于随机共振在图像增强方面的研究大多集中于经典双稳系统,而多稳态系统中的图像随机共振特别是共振效应的增强与应用研究相对较少。

影响图像质量的是噪声,而随机共振的产生离不开噪声与非线性的相互作用。鉴于现有随机共振在图像增强方面的研究都是围绕着双稳系统等经典模型,本文研究了四稳系统中的图像随机共振。从系统的非线性形式出发,构造了非线性四稳系统,分析了四稳系统的 Kramers 逃逸率与噪声强度的关系。采用方差作为图像随机共振的客观衡量指标,建立了系统输出图像的方差关于噪声强度和系统参数的近似解析表达式,提出了基于四稳随机共振的图像增强方法并将其应用于低照度图像的增强。

2 系统模型与理论分析

2.1 四稳势函数及 Kramers 逃逸率

受噪声和图像信号作用的非线性系统可以由式(1)所示的郎之万(Langevin)方程来描述:

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{dU(x)}{dx} + s(t) + \xi(t), \quad (1)$$

式中 $s(t)$ 为图像信号, $\xi(t)$ 为满足 $\langle \xi(t) \rangle = 0$, $\langle \xi(t), \xi(0) \rangle = 2D\delta(t)$ 的高斯白噪声, D 为噪声强度。 $U(x)$ 为四稳系统的势函数, 且

$$U(x) = \frac{1}{8}x^8 + \frac{1}{8}k(k-4)x^6 + \frac{1}{64}k^2(3k^2 - 24k + 44)x^4 + \frac{1}{128}k^3(k-2)(k-4)(k-6)x^2, \quad (2)$$

其中 k 为四稳系统的参数, 决定了势函数的势垒高度和稳定点位置。当 $k \in (0, 1.17)$ 时, 势函数存在 4 个势阱和 3 个势垒, 形成左右对称的四稳态结构, 势函数曲线如图 1 所示, 其中势阱所在的稳定点位置分别为 $x_1 = \sqrt{-k(k-2)/2}$ 和 $x_3 = \sqrt{-k(k-6)/2}$, 势垒所在的不稳定点位置分别为 $x_0 = 0$ 和 $x_2 = \sqrt{-k(k-4)/2}$ 。四稳势函数中间势垒的高度 ΔU_1 和左右两个相等的势垒高度 ΔU_2 分别为 $\Delta U_1 = k^4(12 - 8k + k^2)/2048$ 和

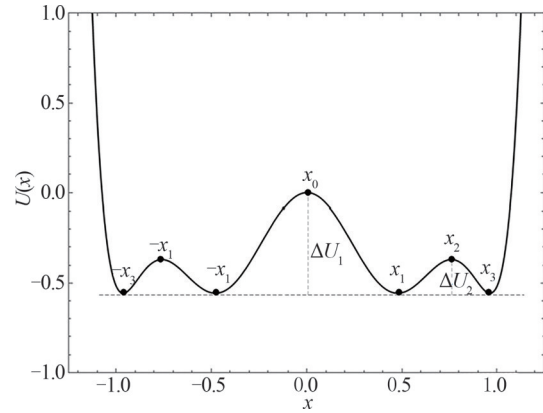


图1 四稳势函数曲线

Fig. 1 Quad-stable potential function curve

$$\Delta U_2 = k^4/128.$$

Kramers 逃逸率表示仅在噪声作用下, 非线性系统的输出从稳定点向不稳定点逃逸的速率, 其中从稳定点 $x_1(-x_1)$ 向不稳定点 x_0 逃逸的速率 r_{10} 、稳定点 $x_1(-x_1)$ 向不稳定点 $x_2(-x_2)$ 逃逸的速率 r_{12} 以及稳定点 $x_3(-x_3)$ 向不稳定点 $x_2(-x_2)$ 逃逸的速率 r_{32} 分别为

$$\left\{ \begin{aligned} r_{10} &= \frac{\sqrt{|U''(x_0)U''(x_1)|}}{2\pi} e^{-\frac{U(x_0)-U(x_1)}{D}} = \frac{25\sqrt{|(-6+k)(-4+k)(-2+k)^2k^6|}}{4\pi} e^{-\frac{25(-6+k)^2(-2+k)^2k^4}{256D}} \\ r_{12} &= \frac{\sqrt{|U''(x_2)U''(x_1)|}}{2\pi} e^{-\frac{U(x_2)-U(x_1)}{D}} = \frac{25\sqrt{|(-4+k)(-2+k)k^6|}}{\sqrt{2}\pi} e^{-\frac{25k^4}{16D}} \\ r_{32} &= \frac{\sqrt{|U''(x_2)U''(x_3)|}}{2\pi} e^{-\frac{U(x_2)-U(x_3)}{D}} = \frac{25\sqrt{|(-6+k)(-4+k)k^6|}}{\sqrt{2}\pi} e^{-\frac{25k^4}{16D}} \end{aligned} \right. \quad (3)$$

由式(3)可知, 系统参数 k 和噪声强度 D 决定了系统的 Kramers 逃逸率 r_{10} 、 r_{12} 和 r_{32} 的大小, 进而影响着四稳系统的性能。

2.2 四稳系统的图像随机共振

随机共振的产生一般需要微弱的输入信号、噪声和非线性系统 3 个基本要素。在一定的非线性条件下, 由低照度的图像信号和噪声共同作用而导致非线性系统输出图像的质量得到提高的现象称为图像随机共振。采用方差作为图像随机共振的衡量指标探究噪声对增强图像对比度的影响。图像方差的定义为

$$\text{Var}(X) = \frac{1}{M \times N} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (X(i, j) - \bar{X})^2, \quad (4)$$

其中 $M \times N$ 为图像 X 的尺寸, $X(i, j)$ 为图像第 i 行第 j 列像素点的灰度值, $\bar{X}$ 为图像的灰度均值。

当系统输入的图像信号每个像素点的持续时间远大于系统仅在噪声作用下稳态间跃迁所需时间时, 可将输入图像信号近似为常数, 其功率谱为

$$G_{ss}(\omega) = \sqrt{2\pi} \delta(\omega). \quad (5)$$

根据线性响应理论^[23], 仅在噪声作用下系统输出的功率谱 $G_{xx}^0(\omega, D)$ 和系统的响应函数 $\chi(\omega, D)$ 的表达式为

$$G_{xx}^0(\omega, D) = \frac{2\lambda_m x_1^2}{\lambda_m^2 + \omega^2}, \quad (6)$$

$$\chi(\omega, D) = \frac{1}{D} \frac{\lambda_m x_1^2}{\lambda_m^2 + \omega^2} (\lambda_m - i\omega), \quad (7)$$

其中 λ_m 是与 Kramers 逃逸率有关的量, 对于四稳系统有 $\lambda_m = 2(r_{10} + r_{12} + r_{32})$ 。系统输出图像的方差与输出功率谱间的关系为

$$\text{Var}(X) = \int_0^\infty G_{XX}(\omega) d\omega \approx \int_0^\infty G_{xx}^0(\omega, D) + |\chi(\omega, D)|^2 G_{ss}(\omega) d\omega. \quad (8)$$

将式(5)、式(6)和式(7)代入式(8)可得,系统输出图像方差 $\text{Var}(X)$ 的解析表达式为

$$\begin{aligned} \text{Var}(X) \approx & \int_0^\infty \frac{2\lambda_m x_1^2}{\lambda_m^2 + \omega^2} + \\ & \left| \frac{1}{D} \frac{\lambda_m x_1^2}{\lambda_m^2 + \omega^2} \times (\lambda_m - i\omega) \right|^2 \sqrt{2\pi} \delta(\omega) d\omega = \\ & \left(2x_1^2 + \sqrt{2\pi} \frac{\lambda_m x_1^4}{D^2} \theta(\omega) \right) \arctan \frac{\omega}{\lambda_m} \Bigg|_0^\infty = \\ & \pi x_1^2 + \frac{\pi \sqrt{2\pi}}{2} \frac{\lambda_m x_1^4}{D^2}. \end{aligned} \quad (9)$$

式(9)表明系统输出图像的方差与噪声强度 D 有关。如图2所示,随着噪声强度 D 的变化,系统输出图像的方差先增大然后逐渐减小,呈现单峰特性,存在着图像随机共振现象。这表明在一

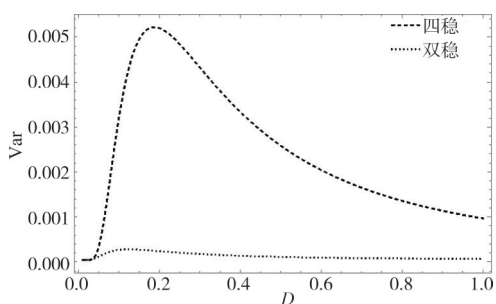


图2 图像方差随噪声强度 D 变化的理论曲线(双稳系统参数 $a=1, b=1$; 四稳系统参数 $k=0.7$)

Fig. 2 Theoretical curves of image variance with noise intensity (bistable system parameters: $a=1, b=1$; quad-stable system parameters: $k=0.7$)

定强度的噪声条件下,系统输出图像的方差达到峰值,图像质量最佳。并且相比于经典的双稳系统,四稳系统的峰值更大,随机共振效应更为强烈,图像增强的效果也更佳。

3 图像随机共振仿真分析

四稳系统可在低照度图像和一定强度的噪声作用下产生图像随机共振从而提高系统输出图像的对比度,基于此提出基于四稳随机共振的图像增强方法,算法流程如图3所示。将低照度彩色图像转换成HSV模型,并提取出明度(V)分量,保持图像的色调(H)和饱和度(S)不变,向 V 分量添加强度为 D 的高斯噪声后输入四稳系统,利用四稳随机共振对 V 分量进行增强,对四稳系统的输出求和后平均,再进行归一化处理得到增强后的 V 分量,将其与 S 、 H 分量进行融合,得到增强后的彩色图像。

选取 Matlab 图像库中的 office_1.jpg, 添加不同强度的高斯噪声,四稳系统参数 $k=0.7$, 采用方差作为评价指标,对图像随机共振进行仿真分析。数值仿真采用四阶 Runge-Kutta 法,取仿真步长 $h=0.01$ 。图4为系统输出图像的方差随噪声强度 D 变化的曲线,其中虚线为添加不同噪声强度后系统输入图像的方差。由图4可知,随着噪声强度 D 的增加,系统输入图像的方差逐渐减小,而输出图像的方差先增大后减小,呈现单峰特性,表明在低照度图像、噪声和非线性系统的相互作用下,存在着图像随机共振现象,并且与双稳系统相比,四稳系统的峰更高,随机共振效应更强。

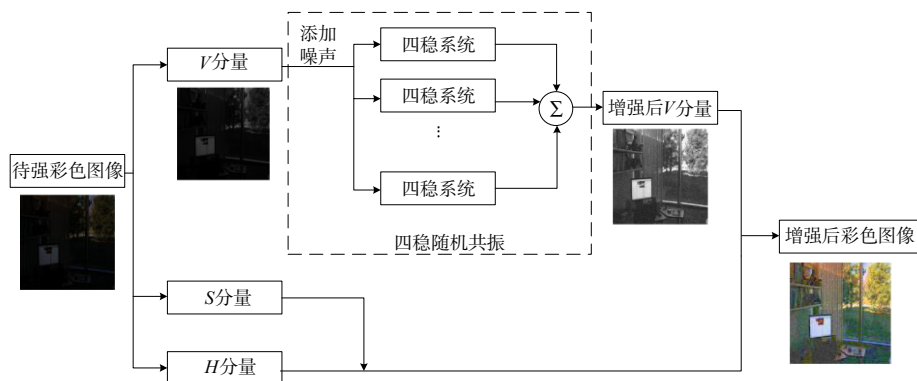


图3 四稳随机共振的图像增强方法流程图

Fig. 3 Flow chart of image enhancement method of quad-stable stochastic resonance

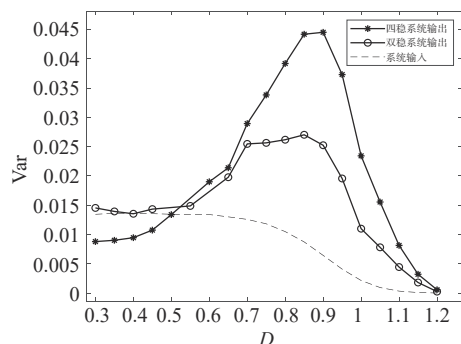


图4 系统输出图像的方差随噪声强度 D 变化的仿真曲线
Fig. 4 Simulation curves of variance of system output image varying with noise intensity D

图5为待增强彩色图像及其 V 分量在噪声强度 D 为0.3,0.9,1.2时经四稳系统随机共振后的彩色图像及其 V 分量。由图可知,待增强图像整体亮度较低,其方差为0.003 6。当噪声强度 $D=0.3$ 时,系统输出图像的亮度及对比度得到提高,图像方差为0.035 5。随着噪声强度变化至 $D=0.9$,四稳系统增强后的图像对比度达到0.046 4,相比原始待增强图像的对比度提高了12倍,图像质量最佳。进一步增加噪声强度,当 $D=1.2$ 时,系统输出图像色彩失真,图像质量降低,方差为0.002 1。这表明,采用方差客观地评价图像的对比度与主观视觉评价结果相同,随着

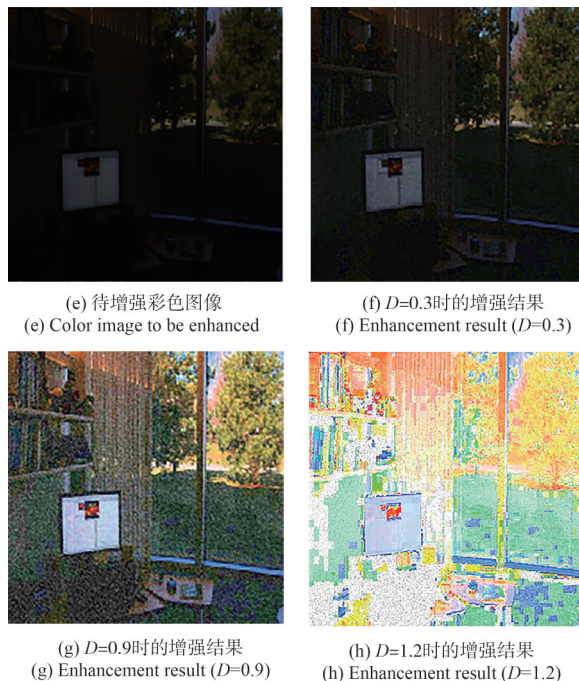
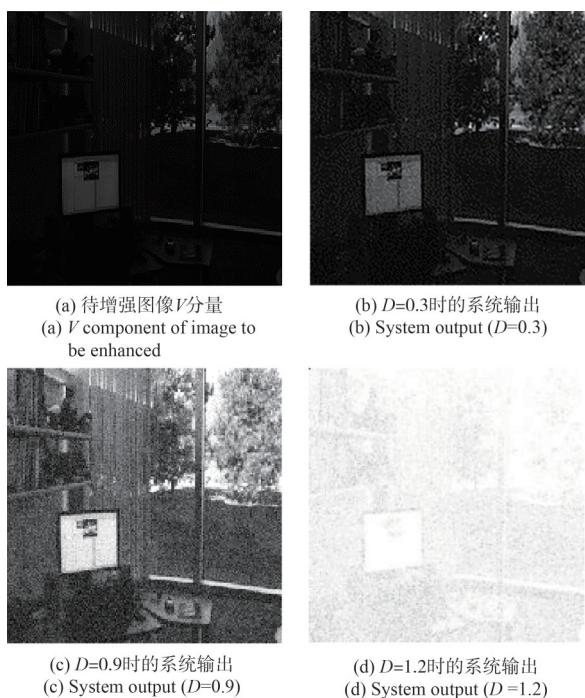


图5 待增强的和不同噪声强度下增强后的彩色图像及其 V 分量
Fig. 5 Color images to be enhanced and enhanced under different noise intensities and their V components

噪声强度的变化,系统输出图像的质量先提高并达到峰值然后逐渐降低,存在着图像随机共振现象,与理论分析结论基本一致。

调节噪声强度 D ,方差达到峰值时的图像如图6所示。由图6可知,四稳系统增强后的图像整体亮度有明显提高,并且色彩的保真度较高;而双稳系统增强后的图像虽然亮度有所提升,但是出现了色彩失真,其方差分别为0.046 4和0.015 7。这表明四稳系统稳态个数的增加有利于提高噪声的利用率,能产生更强的随机共振效应,因而图像增强效果也更佳。

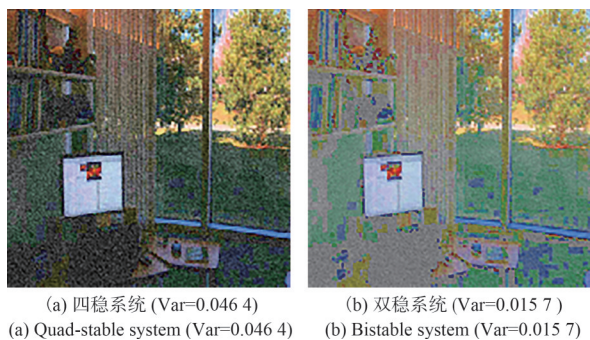


图6 方差达到峰值时的图像

Fig. 6 Images at peak variance

4 实验结果与分析

实验从均匀低照度和非均匀低照度两个角度选取 5 幅不同场景下具有代表性的图像。均匀低照度图像分别为室内照明低、细节丰富的人物图像和室外环境光线暗的风景图像,非均匀低照度图像分别为城市建筑图像、逆光拍摄的人物图像和林间公路图像。从主观和客观两方面将本文方法与直方图均衡化(HE)、单尺度 Retinex 算法(SSR)、带色彩恢复的多尺度 Retinex 算法(MSRCR)^[24]和双稳图像随机共振方法^[20]进行对比。客观评价标准采用信息熵来衡量图像细节信息的丰富程度,并对增强后图像的噪声方差进行估计。

图 7 和图 8 为不同方法增强后的均匀低照度图像。观察图 7 和图 8 可知,传统的非随机共振方法 HE、SSR 和 MSRCR 算法可以改善图像的对比度,但是也会产生一定量的噪声,图像的视觉效果较差,不适用于含噪图像的增强。双稳和四稳随机共振利用了噪声的积极作用来提高图像的对比度,并且相比于双稳随机共振,四稳随机共振增强后室内人物的细节特征更为凸显,色彩对比更明显,室外风景中的房屋和树木的视觉效果也更加自然。

图 9、10、11 为不同方法增强后的非均匀低照度图像。由图可知,HE 对于明亮区域占大部分的图像增强效果不明显,而对于具有部分明亮

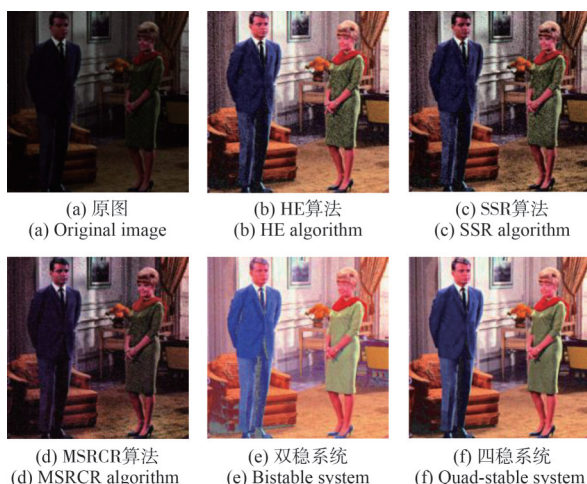


图 7 不同方法增强室内人物图像的实验结果

Fig. 7 Experimental results of people image enhanced by different methods

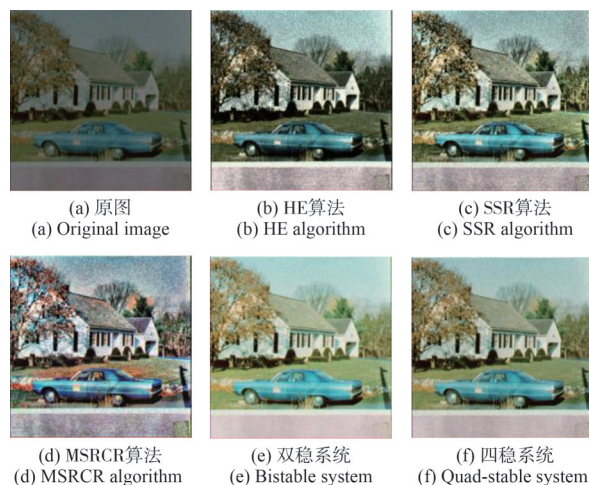


图 8 不同方法增强室外风景图像的实验结果

Fig. 8 Experimental results of house image enhanced by different methods

区的林间公路图像出现亮区过度增强现象,因此 HE 不适合非均匀低照度图像的增强。SSR 和 MSRCR 对于暗区有一定的增强作用,并且改善了亮区过度增强的情况,但是增强后图像的色彩较为生硬,容易产生色偏。四稳随机共振方法在抑制了图像中的噪声、保留亮区色彩的自然性和提高低照度区域的亮度方面有较好的效果。

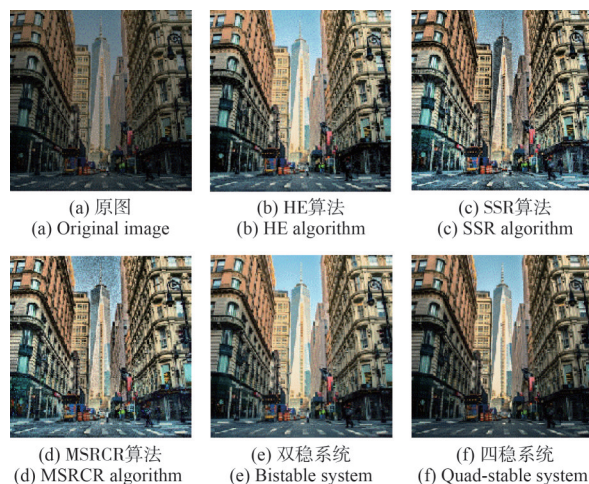


图 9 不同方法增强城市建筑图像的实验结果

Fig. 9 Experimental results of city image enhanced by different methods

不同方法处理后图像的信息熵、噪声估计值和方差的计算结果如表 1 所示。HE 通过均匀化图像的灰度,可以提高图像的对比度,但是会导

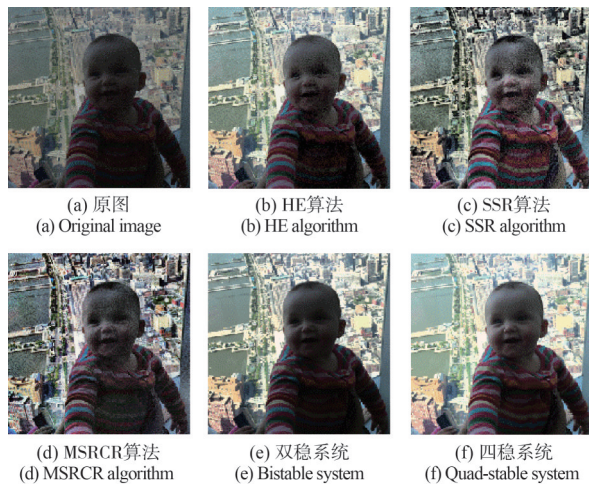


图10 不同方法增强逆光人物图像的实验结果

Fig. 10 Experimental results of baby image enhanced by different methods

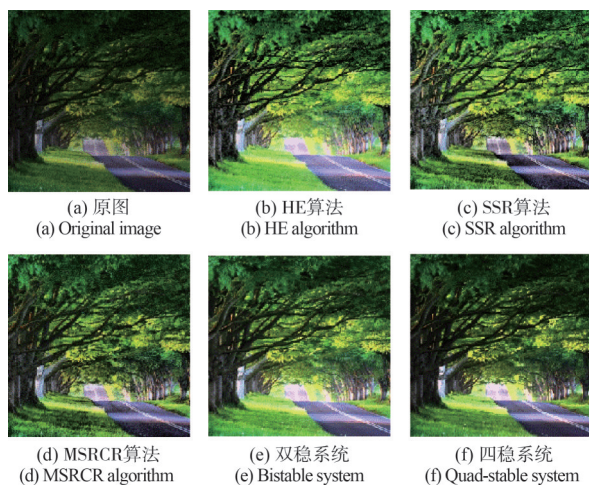


图11 不同方法增强林间公路图像的实验结果

Fig. 11 Experimental results of tree image enhanced by different methods

致图像信息的大量丢失,因此处理后图像的信息熵较低。SSR和MCRSR在提高对比度和保留细节信息上有一定的改善,但是依旧无法抑制图像中的噪声,图像方差估计值偏高。基于随机共振的方法对于提高图像对比度、增强细节信息和抑制噪声的综合效果较好。相比于双稳系统,四稳系统产生的随机共振效应更强,利用噪声增强图像对比度和细节信息的效果更佳,在信息熵、噪声方差估计和方差3个指标均有提高。这表明,随机共振效应的增强有利于提高噪声的利用率,使得图像中噪声方差更小,图像的细节信息更为丰富,在低照度图像增强中更具优势。

表1 不同方法增强结果的客观比较

Tab. 1 Objective comparison of enhancement results by different methods

图像	方法	信息熵	噪声估计值	方差
people	HE	5.746	0.008 1	0.084
	SSR	7.734	0.010 0	0.059
	MSRCR	6.803	0.003 1	0.028
	双稳系统	7.010	0.001 9	0.030
	四稳系统	7.754	0.001 6	0.079
house	HE	5.712	0.007 4	0.086
	SSR	7.855	0.008 1	0.062
	MSRCR	7.927	0.012 9	0.066
	双稳系统	7.214	0.000 8	0.036
	四稳系统	7.733	0.000 6	0.043
city	HE	5.980	0.001 6	0.086
	SSR	7.962	0.004 1	0.071
	MSRCR	7.943	0.008 7	0.072
	双稳系统	7.830	0.000 3	0.077
	四稳系统	7.914	0.000 2	0.082
baby	HE	5.965	0.001 7	0.086
	SSR	7.875	0.005 2	0.060
	MSRCR	7.828	0.004 9	0.071
	双稳系统	7.569	0.000 2	0.090
	四稳系统	7.654	0.000 1	0.099
tree	HE	5.958	0.002 6	0.085
	SSR	7.890	0.005 7	0.061
	MSRCR	7.619	0.003 7	0.052
	双稳系统	7.444	0.000 3	0.071
	四稳系统	7.645	0.000 1	0.074

5 结 论

图像增强的关键是提高对比度和抑制噪声,为此提出了基于四稳随机共振的低照度图像增强方法。采用方差作为图像随机共振的评价指标,建立了四稳系统输出图像的方差与噪声强度的近似解析表达式。理论分析、数值仿真和实验结果表明,系统输出图像的方差随噪声强度的变化呈现单峰特性,存在着图像随机共振现象,且相比于双稳系统,四稳系统的峰值更大,共振效应更强,增强后图像的视觉效果也更佳。从主观和客观两方面比较了四稳图像随机共振和4种现有方法对低照度图像的处理效果,结果表明四稳随机共振处理后图像的信息熵约为7.7,噪声方

差小于 0.002, 提高图像对比度、抑制噪声的效果更好。这为推动随机共振在图像增强方面应用

的发展, 特别是为提高含噪图像的质量提供了新的思路和方法。

参 考 文 献:

- [1] BENZI R, SUTERA A, VULPIANI A. The mechanism of stochastic resonance [J]. *Journal of Physics A: Mathematical and General*, 1981, 14(11): L453-L457.
- [2] FU Y X, KANG Y M, CHEN G R. Stochastic resonance based visual perception using spiking neural networks [J]. *Frontiers in Computational Neuroscience*, 2020, 14: 24.
- [3] KOJIMA N, LAMSAL B, MATSUMOTO N, *et al.* Proposing autotuning image enhancement method using stochastic resonance [J]. *Electronics and Communications in Japan*, 2019, 102(4): 35-46.
- [4] LI M D, SHI P M, ZHANG W Y, *et al.* Study on the optimal stochastic resonance of different bistable potential models based on output saturation characteristic and application [J]. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2020, 139: 110098.
- [5] ZHAO S, SHI P M, HAN D Y. A novel mechanical fault signal feature extraction method based on unsaturated piecewise tri-stable stochastic resonance [J]. *Measurement*, 2021, 168: 108374.
- [6] ITZCOVICH E, RIANI M, SANNITA W G. Stochastic resonance improves vision in the severely impaired [J]. *Science Reports*, 2017, 7(1): 12840.
- [7] WUEHR M, BOERNER J C, PRADHAN C, *et al.* Stochastic resonance in the human vestibular system—noise-induced facilitation of vestibulospinal reflexes [J]. *Brain Stimulation*, 2018, 11(2): 261-263.
- [8] 赖志慧, 冷永刚. 三稳系统的动态响应及随机共振[J]. *物理学报*, 2015, 64(20): 200503.
LAI Z H, LENG Y G. Dynamic response and stochastic resonance of a tri-stable system [J]. *Acta Physica Sinica*, 2015, 64(20): 200503. (in Chinese)
- [9] TANG J C, SHI B Q, LI Z X, *et al.* Weak fault feature extraction method based on compound tri-stable stochastic resonance [J]. *Chinese Journal of Physics*, 2020, 66: 50-59.
- [10] 俞莹丹, 林敏, 黄咏梅, 等. 四稳系统的双重随机共振特性[J]. *物理学报*, 2021, 70(4): 040501.
YU Y D, LIN M, HUANG Y M, *et al.* Double stochastic resonance characteristics of quad-stable system [J]. *Acta Physica Sinica*, 2021, 70(4): 040501. (in Chinese)
- [11] 吕建威, 钱锋, 韩昊男, 等. 结合光源分割和线性图像深度估计的夜间图像去雾[J]. *中国光学*, 2022, 15(1): 34-44.
LV J W, QIAN F, HAN H N, *et al.* Nighttime image dehazing with a new light segmentation method and a linear image depth estimation model [J]. *Chinese Optics*, 2022, 15(1): 34-44. (in Chinese)
- [12] WANG X W, CHEN L X. Contrast enhancement using feature-preserving bi-histogram equalization [J]. *Signal, Image and Video Processing*, 2018, 12(4): 685-692.
- [13] 路皓翔, 刘振丙, 郭棚跃, 等. 多尺度卷积结合自适应双区间均衡化的图像增强[J]. *光子学报*, 2020, 49(10): 1010002.
LU H X, LIU Z B, GUO P Y, *et al.* Multi-scale convolution combined with adaptive bi-interval equalization for image enhancement [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2020, 49(10): 1010002. (in Chinese)
- [14] 常戢, 任营, 贺春泽. 改进双边滤波 Retinex 的多聚焦图像融合[J]. *中国图象图形学报*, 2020, 25(3): 432-441.
CHANG J, REN Y, HE C Z. Improved multifocus image fusion algorithm for bilateral filtering Retinex [J]. *Journal of Image and Graphics*, 2020, 25(3): 432-441. (in Chinese)
- [15] 汤新雨, 李敏, 徐灵丽, 等. 基于透射率修正的湍流模型与动态调整 Retinex 的水下图像增强[J]. *中国图象图形学报*, 2020, 25(7): 1380-1392.
TANG X Y, LI M, XU L L, *et al.* Underwater image enhancement based on turbulence model corrected by transmittance and dynamically adjusted Retinex [J]. *Journal of Image and Graphics*, 2020, 25(7): 1380-1392. (in Chinese)
- [16] 田子建, 王满利, 张元刚. 基于双域分解的图像增强算法[J]. *电子学报*, 2020, 48(7): 1311-1320.

- TIAN Z J, WANG M L, ZHANG Y G. Image enhancement algorithm based on dual domain decomposition [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2020, 48(7): 1311-1320. (in Chinese)
- [17] 李佳,李少娟,段小虎,等. 基于Retinex理论与概率非局部均值的红外图像增强方法[J]. *光子学报*, 2020, 49(4): 0410003.
- LI J, LIS J, DUAN X H, *et al.* Infrared image enhancement based on Retinex and probability nonlocal means filtering [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2020, 49(4): 0410003. (in Chinese)
- [18] 程亚亚,于化东,于占江,等. 微铣刀同轴全息图像增强方法[J]. *中国光学*, 2020, 13(4): 705-712.
- CHENG Y Y, YU H D, YU Z J, *et al.* Method of enhancing the quality of in-line holographic images for micro-milling tool [J]. *Chinese Optics*, 2020, 13(4): 705-712. (in Chinese)
- [19] 周文舟,范晨,胡小平,等. 多尺度奇异值分解的偏振图像融合去雾算法与实验[J]. *中国光学*, 2021, 14(2): 298-306.
- ZHOU W Z, FAN C, HU X P, *et al.* Multi-scale singular value decomposition polarization image fusion defogging algorithm and experiment [J]. *Chinese Optics*, 2021, 14(2): 298-306. (in Chinese)
- [20] 高文,肖海峰. 基于动态双稳随机共振的低照度彩色图像增强[J]. *液晶与显示*, 2021, 36(6): 861-868.
- GAO W, XIAO H F. Low illumination color image enhancement based on dynamic bistable stochastic resonance [J]. *Chinese Journal of Liquid Crystals and Displays*, 2021, 36(6): 861-868. (in Chinese)
- [21] JHA R K, CHOUHAN R, BISWAS P K. Noise-induced contrast enhancement of dark images using non-dynamic stochastic resonance [C]//*National Conference on Communications*. Kharagpur, India: IEEE, 2012: 1-5.
- [22] ASHA C S, SINGH M, SURESH S, *et al.* Optimized dynamic stochastic resonance framework for enhancement of structural details of satellite images [J]. *Remote Sensing Applications: Society and Environment*, 2020, 20: 100415.
- [23] GAMMAITONI L, MARCHESONI F, MENICHELLA-SAETTA E, *et al.* Stochastic resonance in bistable systems [J]. *Physical Review Letters*, 1989, 62(4): 349-352.
- [24] JOBSON D J, RAHMAN Z U, WOODDELL G A. A multiscale Retinex for bridging the gap between color images and the human observation of scenes [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 1997, 6(7): 965-976.

作者简介:



魏 敏(1996—),女,安徽芜湖人,硕士研究生,2018年于中国计量大学获得学士学位,主要研究方向为信号处理。E-mail: the_angel_scroll@163.com



林 敏(1962—),男,浙江台州人,硕士,教授,1997年于浙江大学获得硕士学位,主要研究方向为信号处理、近红外光谱检测、汽车关键零部件检测。E-mail: linm@cjlu.edu.cn